

ПРОЯВЛЕНИЕ ЗАКОНА СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ В МЕТРИЧЕСКОМ ТЕНЗОРЕ РАСШИРЯЮЩЕЙСЯ ВСЕЛЕННОЙ

Ю.С. Кудрявцев

Выполнен сравнительный анализ выражений для кинетической и потенциальной энергии тел, соответствующих метрическому тензору стандартной космологической модели без учета и с учетом зависимости от времени масштабного фактора расширяющейся Вселенной.

Показано, что использование метрики, не учитывающей изменений масштабного фактора, приводит к исключению из рассмотрения кинетической и потенциальной энергии тел, а метрика, учитывающая переменность масштабного фактора, вводит их в рассмотрение и дает простое выражение закона сохранения механической энергии для любого материального объекта Вселенной.

98.80.-k

1. Введение. Отражение кинетической и потенциальной энергии в сопутствующей системе координат и метрическом тензоре стандартной космологической модели.

Эйнштейн в «Основах общей теории относительности» [1] неоднократно указывает, что уравнения общей теории относительности представляют собой математическое выражение закона сохранения полной энергии, включающей энергию материи и гравитационного поля.

При этом стандартная космологическая модель, построенная впоследствии на основе теории относительности Эйнштейна, рассматривает материальные объекты Вселенной в сопутствующей системе координат, что отражается в уравнениях в форме нулевых скоростей материальных объектов [2]. Необходимость выбора такой системы координат, как известно, связана с условием изотропии пространства, эквивалентным отсутствию выделенных направлений, что выполняется при нулевом модуле векторов скорости. Но, удовлетворяя условию изотропии, сопутствующие координаты исключают из энергетического члена уравнений кинетическую энергию расширения, не компенсируя ее соответствующими изменениями в других членах. Таким образом, кинетическая энергия расширения Вселенной оказывается исключенной из рассмотрения.

Метрика, лежащая в основе стандартной модели [2], выражается соотношением:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2 [d\chi^2 + \sin^2 \chi (\sin^2 \theta d\varphi^2 + d\theta^2)]; \quad (1)$$

где a - радиус кривизны пространства (масштабный фактор), χ - координата дальности, θ , φ - угловые координаты, c - скорость света. Соответствующие значения компонентов метрического тензора: $g_{00} = 1$, $g_{11} = -a^2$, $g_{22} = -a^2 \sin^2 \chi$, $g_{33} = -a^2 \sin^2 \chi \sin^2 \theta$.

Выражение (1) соответствует равномерно искривленному пространству, полученному Эйнштейном путем введения воображаемой 4-й пространственной координаты [3] и ее последующего исключения через радиус кривизны пространства. Этот математический формализм, позволяющий описать искривление 3х-мерного пространства гравитационными полями, был введен Эйнштейном при рассмотрении стационарной Вселенной. При выводе формулы (1) дифференциал 4-й пространственной координаты, входящий в выражение для элемента пространственного расстояния dl , включает дифференциалы трех других пространственных координат и не включает дифференциал радиуса кривизны пространства da , который в стационарной Вселенной равен нулю [2].

$$dl^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + (x_1 dx_1 + x_2 dx_2 + x_3 dx_3)^2 / (a^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2). \quad (2)$$

Рассмотрим связь метрики (1) с величиной гравитационного потенциала φ , определяющего величину потенциальной энергии U_g тела массой m в гравитационном поле.

По определению гравитационного потенциала

$$U_g = m\varphi. \quad (3)$$

Из уравнений общей теории относительности следует [2], что в случае относительно малых скоростей движения материи гравитационный потенциал связан с g_{00} выражением:

$$g_{00} = (1 + 2\varphi/c^2). \quad (4)$$

Но в (1) $g_{00} = 1$, откуда прямо следует, что метрика, положенная в основу стандартной космологической модели, соответствует нулевым значениям потенциальной энергии материальных тел в гравитационном поле Вселенной. Таким образом потенциальная энергия тел в гравитационном поле Вселенной в стандартной модели также оказывается исключенной из рассмотрения.

2. Проявление закона сохранения энергии при учете ненулевого значения дифференциала масштабного фактора в расширяющейся Вселенной.

Рассмотрим, как изменится выражение для интервала (1) с учетом явной зависимости масштабного фактора от времени $a(t)$. Вводя, аналогично [1],[2], понятие о четырехмерном пространстве, получим выражение для элемента пространственного расстояния dl в виде:

$$dl^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + (a da - x_1 dx_1 - x_2 dx_2 - x_3 dx_3)^2 / (a^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2); \quad (5)$$

где x_1, x_2, x_3 - декартовы пространственные координаты. Переходя от декартовых координат к полярным r, θ, φ и рассматривая для простоты только радиальные перемещения ($\theta = 0, d\theta = 0$), получим:

$$dl^2 = dr^2 + (da - (r/a)dr)^2 / (1 - (r/a)^2); \quad (6)$$

введем, аналогично [2], координату χ из выражения $r = a \sin(\chi)$. Тогда:

$$dl^2 = da^2 + a^2 d\chi^2; \quad (7)$$

Запишем выражение для интервала:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dl^2 = c^2 dt^2 - da^2 - a^2 d\chi^2 = c^2 dt^2 (1 - da^2/c^2 dt^2) - a^2 d\chi^2; \quad (8)$$

Обозначив $da/cdt = a'$, окончательно получим:

$$ds^2 = c^2 dt^2 (1 - a'^2) - a^2 d\chi^2; \quad (9)$$

Таким образом, учет явной зависимости $a(t)$ дает выражение для интервала, в котором постоянное значение компоненты метрического тензора $g_{00} = 1$ заменяется на переменное

$$g_{00} = (1 - a'^2). \quad (10)$$

Подставляя в (1), окончательно запишем:

$$ds^2 = c^2 dt^2 (1 - a'^2) - a^2 [d\chi^2 + \sin^2 \chi (\sin^2 \theta d\varphi^2 + d\theta^2)]. \quad (11)$$

Закрытая Вселенная в стандартной космологической модели представляет собой расширяющуюся 3-мерную гиперсферу в 4-мерном евклидовом [4] пространстве, радиус которой увеличивается со скоростью $V = da/dt$. В этом пространстве определены понятия длины (радиус кривизны пространства) и времени, что при последовательном применении этого введенного Эйнштейном формализма требует распространить на него понятия скорости и кинетической энергии, а также понятие максимальной скорости (скорость света), принцип относительности Эйнштейна и соответствующие выражения специальной теории относительности.

Сопоставляя (3) и (9), получаем

$$a'^2 = -2\varphi/c^2; \quad (12)$$

$$\varphi = -(1/2)a'^2/c^2; \quad (13)$$

С учетом того, что $a' = da/cdt$

$$\varphi = -(1/2)(da/dt)^2. \quad (14)$$

Величина (da/dt) -это скорость расширения гиперсферы, с которой все материальные тела Вселенной перемещаются в 4-мерном пространстве в направлении, перпендикулярном ко всем координатным осям 3-мерного пространства. Обозначив эту скорость V_4 , с учетом (2) получим:

$$U_g = - m V_4^2/2. \quad (15)$$

Но $mv^2/2$ - это нерелятивистское (для случая малых скоростей, к которому относится и выражение (4) для гравитационного потенциала) выражение для кинетической энергии E_k движения тела массой m (в данном случае движение в 4-мерном пространстве). Отсюда

$$U_g = - E_k. \quad (16)$$

Выражение (16) представляет собой закон сохранения энергии, действующий в равной степени для всех материальных тел Вселенной, которые находятся на поверхности гиперсферы и имеют одну и ту же скорость V_4 . В точке максимального расширения, когда $E_k = 0$, U_g также обращается в 0, а в остальные моменты времени потенциальная энергия тела в гравитационном поле отрицательна и численно равна его кинетической энергии движения в 4-мерном пространстве с обратным знаком. Полная механическая энергия тела W_m в любой момент времени равна нулю:

$$W_m = U_g + E_k = 0, \quad (17)$$

что выражает закон сохранения энергии, представляющий в данной формулировке закон развития закрытой Вселенной.

Естественно ожидать, что этот закон сохранится и при больших скоростях движения, т.е. вдали от точки максимального расширения Вселенной, но с переходом к более сложным релятивистским выражениям для кинетической и потенциальной энергии.

Отметим, что при этом не требуется отказ от сопутствующей системы координат, обеспечивающей требование изотропии пространства, т.к. движение объектов происходит в направлении, перпендикулярном ко всем координатным осям 3-мерного пространства, и скорости объектов в этом пространстве по-прежнему могут считаться равными нулю.

3. Заключение

Использование в стандартной модели расширяющейся Вселенной метрики, не учитывающей зависимость масштабного фактора от времени, приводит к исключению из рассмотрения кинетической и потенциальной энергии тел. Учет этой зависимости вводит их в рассмотрение и дает простое выражение для закона сохранения энергии, относящееся к любому материальному объекту Вселенной.

Анализ соответствующей этой метрике космологической модели показывает, что Вселенная остается закрытой при любых значениях средней плотности материи [5], а динамика ее развития во времени допускает возможность наблюдения сигналов одного и того же объекта, пришедших к наблюдателю по двум разным частям большого круга закрытой Вселенной и выглядящих как сигналы двух противоположащих (центрально-симметричных) объектов.

Эта возможность проявляется в явлениях центральной симметрии и антисимметрии в распределении микроволнового фона на картах WMAP [6] и в некоторых особенностях взаимного расположения и характеристик светимости квазаров [7].

Литература

1. А. Эйнштейн. Основы общей теории относительности (*Die Grunlage der allgemeinen Relativitatstheorie, Ann. d. Phys., 49, 769 (1916)*). В кн. «Альберт Эйнштейн и теория гравитации. Сборник статей». - М.: «Мир», 1979., с. 146-189.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: В 10 т. Т. II. Теория поля. - 8-е изд., стереот. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 536 с. (*Landau L.D., Lifshitz E.M. Course of Theoretical Physics: The Classical Theory of Fields. Vol.2.*)
3. А. Эйнштейн. Вопросы космологии и общая теория относительности (*Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitatstheorie. Sitzungsher preuss. Akad. Wiss., 1917, 1, 142-152*). В кн. А. Эйнштейн, собрание научных трудов, т.1, "Наука", М., 1965, С. 601-612.
4. С. Вейнберг. Гравитация и космология: принципы и приложения общей теории относительности. - М.: "Мир", 1975. с 507-511. (Weinberg S., Gravitation and Cosmology: Principles and applications of the General Theory of Relativity, John Wiley and Sons, Inc., 1972).
5. Yury Kudryavtsev (Iurii Kudriavtcev). Modification of the standard cosmological model considering the time dependence of the scale factor. <http://sites.google.com/site/kudrspbru/modification-2009>.

6. Iurii Kudriavtcev, Dmitry A. Semenov. Central symmetry and antisymmetry of the microwave background inhomogeneities on Wilkinson Microwave Anisotropy Probe maps.

arXiv:astro-ph/1008.4085

7. Iurii Kudriavtcev. Manifestation of central symmetry of the celestial sphere in the mutual disposition and luminosity of the Quasars. arXiv:astro-ph/1009.4424

Октябрь 2010

Поступила 26.11.2010 г.