# Свободный выбор "распутывания" восприятия окружающего мира наблюдателем

*Л. В. Ильичев,* [1)]

*Институт автоматики и электрометрии СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия*

Развивается модель "распутывания" квантовой операции, в терминах которой предлагается описывать информационный контакт наблюдателя с внешним миром. Распутывание трактуется как процедура "нацеливания" наблюдателя на ту или иную трактовку получаемой информации. Рассмотрен случай необычного распутывания, при генерации последовательности впечатлений. Также модель обобщена, включением в нее многих наблюдателей.

PACS: 74.50.+r, 74.80.Fp

**Введение.** Изложение уместно предварить следующим отрывком из "Новой Космогонии" Станислава Лема: "... если мы хотим изучить механизм часов, то вопрос о том, есть ли на его гирях и шестернях какие-либо микроорганизмы или нет, не имеет ни малейшего значения ни для конструкции, ни для кинематики часового механизма. Наличие микроорганизмов заведомо не скажется на ходе часов!"[1]. Данный пассаж служит Лему для иллюстрации идей, имеющих мало общего с предметом настоящей статьи, но я хочу воспользоваться провокационным характером намека на возможную взаимную обусловленность бытия механического устройства и разумных органических структур. На первый взгляд довольно странной может показаться мысль, что стерильность механизма способна каким-либо образом затронуть само его существование. Ведь это существование привычно наделять атрибутом абсолютной объективности, не нуждающейся в наблюдателе-субъекте, роль которого исполняют микроорганизмы. На этом постулате явно или неявно строится любая классическая картина мира, не предусматривающая в своей структуре места самим своим создателям.

Похоже, иначе обстоит дело с квантовой теорией. Можно ли мыслить измеряемую величину как предсуществующую измерению и являющую себя по его завершению? Как показывают эксперименты по проверке неравенств Белла, это делать нельзя в отношении параметров микроскопических частиц. Следовательно, наблюдаемая Реальность по крайней мере в некоторой своей доле не проявляется, а *создается* в процессе измерения. Но если это измерение осуществляется по воле экспериментатора, то он оказывается творцом, и его существование и внимание удивительным образом переплетено с существованием каких-то крохотных шестеренок и пружинок "часового механизма". Квантовая механика являет собой новый тип физической теории, в которой неотъемлемы друг от друга Наблюдаемое и Наблюдатель. Этот факт в разной степени признан физиками. Видимо, в настоящее время актуально и уместно иметь наиболее экстремальное его выражение, как это сделано в расширенной концепции Эверетта-Менского (РКЭМ) [2]. Самым важным ее моментом представляется категоричность декларации о неразрывности Сознания и воспринимаемой им Реальности. Предмет настоящей работы и позиция ее автора согласуются с РКЭМ именно в плане принятия идеи этой неразрывности.

В работе [3] была предложена модель восприятия наблюдателем внешнего мира. Фактически описан процесс генерации впечатлений, фиксируемых в памяти наблюдателя. Наблюдатель оказывается свободен до некоторой степени в выборе вероятностей получить те или иные впечатления. Это свойство модели согласуется в определенной мере с идеями Менского о способности Сознания менять квантовые вероятности[2)] и преодолевать границы различных классических "ветвей" единого квантового Мультиверсума. Модель [3] с одной стороны является строгой в математическом плане и допускает анализ в рамках элементарной теории информации, а с другой стороны не стесняет воображение и оставляет достаточно широкий простор для "спекуляций" (в

[1)]e-mail: leonid@iae.nsk.su

[2)]Возможно, самым ярким вариантом аналогичной идеи служит гипотеза М.Тегмарка о невозможности совершить "квантовое самоубийство". Субъективная вероятность неудачи попытки суицида (по отношению к самому самоубийце) должна по Тегмарку оказаться единичной.

позитивном смысле). В настоящей работе модель получает некоторое новое развитие. Оригинальные результаты предваряются в следующем разделе изложением ее основных формальных свойств.

**Квантовая операция.** В основу модели из работы [3] легло понятие канала передачи квантовой информации. Канал передачи квантовой информации эквивалентен некоторому общему правилу преобразования квантовых состояний

$$\mathcal{E} : \hat{\varrho}_{in} \mapsto \hat{\varrho}_{out} = \mathcal{E}(\hat{\varrho}_{in}), \tag{1}$$

$\hat{\varrho}_{in}$ и $\hat{\varrho}_{out}$ обычно понимаются как статистические операторы на входе и выходе канала, соответственно. В законе преобразования $\mathcal{E}$, называемом также квантовой операцией, находят отражение конкретное устройство канала и его неидеальность (т.е. неизбежные потери из-за воздействия окружения). Существуют три свойства, которым должна удовлетворять любая квантовая операция: a) операция $\mathcal{E}$ должна быть линейной; b) должен сохраняться след статистического оператора ($Tr\,\hat{\varrho}_{in} = Tr\,\hat{\varrho}_{out}$) (это эквивалентно утверждению, что операция осуществится с единичной вероятностью); c) $\mathcal{E}$ должна иметь так называемое свойство полной положительности (complete positivity). Последнее свойство гарантирует непротиворечивость при применении операции $\mathcal{E}$ к подсистеме некоторой широкой системы, находящейся в зацепленном состоянии (entangled state). Из этих свойств можно вывести существование набора операторов $\{\hat{E}_\omega\}_{\omega\in\Omega}$, таких, что

$$\mathcal{E}(\hat{\varrho}) = \sum_{\omega\in\Omega} \hat{E}_\omega \hat{\varrho}\, \hat{E}^\dagger_\omega. \tag{2}$$

Из свойства b) следует

$$\sum_{\omega\in\Omega} \hat{E}^\dagger_\omega \hat{E}_\omega = \hat{1}. \tag{3}$$

Если бы канал был идеальным, т.е. не подверженным влиянию окружения и, следовательно, обратимым, то все множество операторов $\{\hat{E}_\omega\}_{\omega\in\Omega}$ свелось бы к одному унитарному оператору. При этом чистые состояния переходили бы под действием такой операции в чистые. В общем случае воздействие окружения делает канал и соответствующую операцию необратимыми. Чистые входные состояния преобразуются в смешанные выходные. Смешанность выходного состояния есть следствие возникновения корреляций между передаваемым сигналом и окружением. Канал может сработать по одному из "сценариев", специфицируемых символом $\omega \in \Omega$. При реализации каждого из этих сценариев имеет место преобразование

$$\hat{\varrho} \mapsto \hat{E}_\omega \hat{\varrho}\, \hat{E}^\dagger_\omega / Tr\,(\hat{E}_\omega \hat{\varrho}\, \hat{E}^\dagger_\omega), \tag{4}$$

а вероятность этой реализации есть

$$p(\omega) = Tr\,(\hat{E}_\omega \hat{\varrho}\, \hat{E}^\dagger_\omega), \tag{5}$$

Операция (2) есть результат усреднения преобразования типа (4) по всем возможным реализациям с соответствующими вероятностями.

Для приспособления понятия квантовой операции к модели мировосприятия его в определенном смысле требуется "вывернуть на изнанку". При построении модели восприятия в работе [3] статистический оператор $\hat{\varrho}$ наделялся смыслом состояния мира, внешнего по отношению к наблюдателю, а роль "окружения" выполняла память наблюдателя. В такой трактовке $\hat{\varrho}_{in}$ и $\hat{\varrho}_{out}$ есть состояния внешнего мира до и после элементарного акта его информационного взаимодействия с наблюдателем. При этом в памяти наблюдателя формируется и фиксируется элементарное впечатление типа $\omega$, принадлежащее "алфавиту" $\Omega$. При последовательном применении операции во внутреннем мире наблюдателя формируется в виде непрерывно пишущегося текста картина мира внешнего.

При взгляде на выражение (2) становится ясно, что набор операторов $\{\hat{E}_\omega\}_{\omega\in\Omega}$ однозначно задает квантовую операцию, в то время как обратное утверждение неверно – $\mathcal{E}$ можно реализовать с помощью разных операторных наборов. Чтобы показать это, зафиксируем некий "опорный" набор $\{\hat{E}_\omega\}_{\omega\in\Omega}$. Для простоты предположим, что множество $\Omega$ конечно и состоит из $N$ элементов. Заметим, что преобразование

$$\hat{E}_\omega \mapsto \hat{E}_\omega(U) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{\omega'\in\Omega} U_{\omega\omega'} \hat{E}_{\omega'} \tag{6}$$

с помощью элементов унитарной матрицы $U \in \mathcal{SU}(N)$ оставляет операцию $\mathcal{E}$ неизменной:

$$\sum_{\omega\in\Omega} \hat{E}_\omega \hat{\varrho}\, \hat{E}^\dagger_\omega = \sum_{\omega\in\Omega} \hat{E}_\omega(U) \hat{\varrho}\, \hat{E}^\dagger_\omega(U) \tag{7}$$

Однако, при этом преобразовании, которое мы будем называть распутыванием (unravelling), меняется вероятность получения наблюдателем впечатления $\omega$:

$$p(\omega;U) = Tr\,(\hat{E}_\omega(U) \hat{\varrho}\, \hat{E}^\dagger_\omega(U)) = \tag{8}$$

$$\sum_{\omega_1,\omega_2} \mathcal{M}_{\omega_1\omega_2} \overline{U}_{\omega\omega_1} U_{\omega\omega_2}.$$

Здесь (и далее) верхней чертой обозначается комплексной сопряжение, а

$$\mathcal{M}_{\omega_1\omega_2} = Tr\left(\hat{E}^{\dagger}_{\omega_1}\hat{E}_{\omega_2}\hat{\varrho}\right) - \tag{9}$$

матрица с единичным следом, задающая некоторую эрмитовую положительно-определенную квадратичную форму. Заметим, что элементы унитарной матрицы в (6) играют роль своего рода амплитуд вероятности, с какими в $\hat{E}_\omega(U)$ – генератор впечатления $\omega$ при распутывании $U$ – входят генераторы впечатлений из опорного набора $\{\hat{E}_\omega\}_{\omega\in\Omega}$.

При фиксацией одного элементарного впечатления в памяти наблюдателя записывается объем информации

$$S(U) = -\sum_{\omega\in\Omega} p(\omega;U)\ln p(\omega;U), \tag{10}$$

также зависящий от выбора распутывания. Предположим, что этот выбор предоставлен наблюдателю. Естественно, что по крайней мере иногда в интересах наблюдателя минимизировать объем поступающей информации. Это эквивалентно достижению максимальной предсказуемости ожидаемого впечатления. Вычисление соответствующего экстремального по терминологии работы [3] распутывания $U^{(ex)}$ не представляет особого труда. Для этого следует воспользоваться методом неопределенных $\lambda$-множителей Лагранжа, фиксируя условие унитарности $UU^* = 1_{\mathcal{SU}(N)}$, т.е. будем искать решение вариационной задачи

$$\frac{\delta}{\delta\overline{U}_{\omega\omega'}}\left(S(U)+\sum_{\omega_1,\omega_2,\omega_3}\lambda_{\omega_1\omega_2}\overline{U}_{\omega_1\omega_3}U_{\omega_2\omega_3}\right)\Bigg|_{U=U^{(ex)}} = 0, \tag{11}$$

Как показано в [3], строки матрицы $U^{(ex)}$ оказываются собственными векторами матрицы $\mathcal{M}_{\omega\omega'}$ из (9):

$$\sum_{\omega''\in\Omega}\mathcal{M}_{\omega'\omega''}U^{(ex)}_{\omega\omega''} = \mu_\omega U^{(ex)}_{\omega\omega'}, \tag{12}$$

где $\mu_\omega$ – соответствующие собственные значения. Все они действительны и неотрицательны в силу упомянутой выше положительной определенности квадратичной формы, задаваемой матрицей $\mathcal{M}_{\omega\omega'}$. Из (12) следует

$$\mathcal{M}_{\omega\omega'} = \sum_{\omega''\in\Omega}\mu_{\omega''}U^{(ex)}_{\omega''\omega}\bar{U}^{(ex)}_{\omega''\omega'}, \tag{13}$$

что, в свою очередь позволяет переписать выражение (8) в виде

$$p(\omega;U) = \sum_{\omega'\in\Omega}|(U\cdot U^{(ex)*})_{\omega\omega'}|^2\mu_{\omega'}. \tag{14}$$

Из такого представления следует два важных факта. Во-первых, собственные значения $\mu_\omega$ образуют распределение вероятностей фиксации того или иного впечатления при экстремальном распутывании:

$$p(\omega;U^{(ex)}) = \mu_\omega, \tag{15}$$

и во-вторых мы видим, что вероятность фиксации впечатления $\omega$ при произвольном распутывании получается из распределения (15) с помощью дважды стохастической матрицы[3)]. Последнее обстоятельство позволяет показать,что объем информации, поступающей к наблюдателю при экстремальном распутывании минимален, т.е.

$$\min_{U\in\mathcal{SU}(N)} S(U) = S(U^{(ex)}). \tag{16}$$

Для доказательства этого соотношения воспользуемся вспомогательным неравенством, которое нам понадобится в настоящей работе еще раз. Пусть имеется набор $\{p_i(\omega);\omega\in\Omega\}_{i\in I}$ некоторых распределений вероятностей на $\Omega$, пронумерованных индексом $i\in I$. Имеется также распределение вероятностей на множестве $I$ этих индексов: $\{\pi_i\}_{i\in I}$ ($\pi_i\ge 0$, $\sum_{i\in I}\pi_i = 1$). С помощью $\pi_i$ можно построить усредненное распределение вероятностей

$$p(\omega) = \sum_{i\in I}\pi_i p_i(\omega). \tag{17}$$

С каждым из фигурирующих распределений на $\Omega$ можно связать энтропию

$$S[p_i] = -\sum_{\omega\in\Omega}p_i(\omega)\ln p_i(\omega). \tag{18}$$

Необходимое нам неравенство утверждает, что

$$S[\Sigma_{i\in I}\pi_i p_i] - \sum_{i\in I}\pi_i S[p_i] \ge 0. \tag{19}$$

Действительно, преобразуя последовательно левую часть следующим образом

$$-\sum_{\omega\in\Omega}p(\omega)\ln p(\omega) + \sum_{\omega\in\Omega,i\in I}\pi_i\,p_i(\omega)\ln p_i(\omega) =$$

$$= \sum_{\omega\in\Omega,i\in I}\pi_i\,p_i(\omega)\ln\frac{p_i(\omega)}{p(\omega)} = \tag{20}$$

[3)] Дважды стохастическими называют матрицы с неотрицательными элементами, такими, что сумма элементов из каждой строки и каждого столбца равна 1. Квадраты модулей элементов унитарной матрицы (как в (14)) образуют дважды стохастическую матрицу. Ее называют также унистохастической.

$$= \sum_{i\in I} \pi_i \sum_{\omega\in\Omega} p_i(\omega) \left(\ln \frac{p_i(\omega)}{p(\omega)} - 1 + \frac{p(\omega)}{p_i(\omega)}\right)$$

Выражение в круглых скобках является, как нетрудно убедиться, неотрицательным. Из этого следует (19).

Кроме неравенства (19) нам понадобится также известная теорема Биргхофа, гласящая, что любая дважды стохастическая матрица есть выпуклая комбинация перестановочных матриц, т.е. таких, в каждом столбце и каждой строке которых есть только один ненулевой элемент, и этот элемент равен 1 [4]. Применительно к матрице из (14) имеем, следовательно:

$$|(U\cdot U^{(ex)*})_{\omega\omega'}|^2 = \sum_i \pi_i\, \sigma^{(i)}_{\omega\omega'}. \qquad (21)$$

Здесь $\sigma^{(i)}_{\omega\omega'}$ – различные перестановочные матрицы, а $\pi_i$ – коэффициенты выпуклой комбинации, конкретные значения которых для нас не важны. Введем теперь распределения

$$p_i(\omega) \overset{\text{def}}{=} \sum_{\omega'\in\Omega} \sigma^{(i)}_{\omega\omega'}\mu_{\omega'}. \qquad (22)$$

Все они отличаются от распределения $\{\mu_\omega\}_{\omega\in\Omega}$ только изменением нумерации членов. Поэтому все их энтропии одинаковы:

$$S[p_i] = S(U^{(ex)}). \qquad (23)$$

В то же время легко заметить, что

$$\sum_{i\in I} \pi_i p_i(\omega) = p(\omega; U). \qquad (24)$$

Следовательно, на основании (19) имеем:

$$S(U) \geq S(U^{(ex)}), \qquad (25)$$

откуда следует (16).

Следует отметить важный момент представленного поиска распутывания, *минимизирующего* информационное содержание впечатления. А именно, при решении вариационной задачи (11) мы считали заданным условие $UU^* = 1_{\mathcal{SU}(N)}$. Если бы вместо этого выбрали условие $U^*U = 1_{\mathcal{SU}(N)}$, то мы оказались бы на пути поиска другого экстремального распутывания, *максимизирующего* информацию элементарного впечатления. Данный факт будет использован ниже. Решение последней задачи оказывается значительно более сложным.

**Экстремальное распутывание для историй.** До сих пор наше рассмотрение касалось формирования одного элементарного впечатления в сознании наблюдателя. Обратимся теперь к конечным последовательностям впечатлений. Любую такую последовательность будем называть историей и обозначать подчеркнутой греческой буквой:

$$\underline{\omega} = \omega_K, \ldots, \omega_2, \omega_1. \qquad (26)$$

Удобно использовать именно такой порядок записи последовательности элементарных впечатлений в истории – справа налево.

Предположим, что наблюдатель стремится минимизировать объем информации, поступающей вместе с $K$-элементной историей. Опыт нашей повседневной жизни подсказывает следующую тактику. Наблюдатель выбирает экстремальное (минимизирующее) распутывание $U^{(ex)}$, исходя из начального статистического оператора $\hat{\varrho}$. После фиксации наблюдателем некоторого впечатления $\omega_1$, получаемого при выбранном экстремальном распутывании, состояние внешнего мира изменяется:

$$\hat{\varrho} \mapsto \hat{\varrho}(\omega_1) \equiv \frac{\hat{E}_{\omega_1}(U^{(ex)})\, \hat{\varrho}\, \hat{E}^\dagger_{\omega_1}(U^{(ex)})}{p(\omega_1; U^{(ex)})}. \qquad (27)$$

Теперь наблюдатель выбирает экстремальное распутывание $U^{(ex)}(\omega_1)$, соответствующее состоянию $\hat{\varrho}(\omega_1)$, и так на каждом следующем шаге. В итоге для истории длины $K$ строится следующее распутывание $K$-ой степени операции $\mathcal{E}$:

$$\mathcal{E}^K = \sum_{\omega_1} \ldots \sum_{\omega_K} \hat{E}^{(K)}(\omega_K, \ldots, \omega_1)\, \hat{\varrho}\, \hat{E}^{(K)\dagger}(\omega_K, \ldots, \omega_1), \qquad (28)$$

где

$$\hat{E}^{(K)}(\omega_K, \ldots, \omega_1) = \\ = \sum_{\omega'_1} \ldots \sum_{\omega'_K} U^{(ex)}_{\omega_K\omega'_K}(\omega_{K-1}, \ldots, \omega_1) \ldots U^{(ex)}_{\omega_2\omega'_2}(\omega_1) U^{(ex)}_{\omega_1\omega'_1} \times \\ \times \hat{E}_{\omega'_K} \ldots \hat{E}_{\omega'_2} \hat{E}_{\omega'_1}. \qquad (29)$$

Повторим еще раз, что это распутывание возникает при поиске оптимума (минимального информационного прихода) на каждом $j$-ом шаге после фиксации предыдущего элементарного впечатления $\omega_{j-1}$. Но такое распутывание может не оказаться оптимальным в отношении всей $K$-элементной истории. Действительно, минимум информации, содержащейся в истории, должен обеспечиваться экстремальным распутыванием операции $\mathcal{E}^K$:

$$\sum_{\underline{\omega}''} \mathcal{M}_{\underline{\omega}'\,\underline{\omega}''} U^{(ex)}_{\underline{\omega}\,\underline{\omega}''} = \mu_{\underline{\omega}} U^{(ex)}_{\underline{\omega}\,\underline{\omega}'}, \qquad (30)$$

где

$$\mathcal{M}_{\underline{\omega}'\,\underline{\omega}''} = Tr\,\left(\hat{E}^\dagger_{\omega'_1} \ldots \hat{E}^\dagger_{\omega'_K} \hat{E}_{\omega''_K} \ldots \hat{E}_{\omega''_1}\, \hat{\varrho}\right), \qquad (31)$$

а
$$U^{(ex)}_{\underline{\omega}\,\underline{\omega}'} \equiv U^{(ex)}_{\omega_K\ldots\omega_1,\,\omega'_K\ldots\omega'_1} - \tag{32}$$
унитарная матрица из $\mathcal{SU}(N^K)$. Доказательство экстремальности распутывания $U^{(ex)}_{\underline{\omega}\,\underline{\omega}'}$ практически не отличается от приведенного выше для случая одного элементарного впечатления. Единственно вместо индексов элементарных впечатлений будут фигурировать мультииндексы типа $\underline{\omega}$, нумерующие истории. Заметим, что распутывание из (29) факторизуется как функция от $\omega'_1, \ldots, \omega'_K$, в то время как истинное экстремальное распутывание $U^{(ex)}_{\underline{\omega}\,\underline{\omega}'}$ в общем случае оказывается нефакторизуемым, т.е. своего рода "зацепленным" (entangled unravelling)[4]:

$$U^{(ex)}_{\omega_K\ldots\omega_1,\,\omega'_K\ldots\omega'_1} \neq$$
$$\neq U^{(ex)}_{\omega_K\omega'_K}(\omega_{K-1},\ldots,\omega_1)\ldots U^{(ex)}_{\omega_2\omega'_2}(\omega_1)U^{(ex)}_{\omega_1\omega'_1}. \tag{33}$$

Интерпретация данного обстоятельства довольно любопытна. Получается, что экстремальное распутывание $U^{(ex)}_{\underline{\omega}\,\underline{\omega}'}$ обеспечивает наблюдателю "экстремальные"предсказательные возможности, недостижимые при обычной пошаговой тактике минимизации информационного прихода. Однако за такую *квантовую прогностику* наблюдателю приходится заплатить немалую цену. А именно, как нетрудно заметить, отмеченная нефакторизуемость распутывания $U^{(ex)}_{\omega_K\ldots\omega_1,\,\omega'_K\ldots\omega'_1}$ по $\omega'_1, \ldots, \omega'_K$ делает невозможным указать текущее (до завершения истории) состояние окружающего мира, т.е., в отличие от ситуации (29), с точки зрения наблюдателя, пользующегося экстремальным распутыванием, не существует статистического оператора

$$\hat{\varrho}(\omega_j, \ldots, \omega_1)$$

при $j < K$. Такое обстоятельство достаточно необычно. Выскажем предположение (несомненно спорное), что существование по отношению к наблюдателю состояния окружающего мира неотделимо и, возможно, тождественно существованию понятия "сейчас". Если это так, то для наблюдателя, пользующегося "зацепленным"распутыванием, должно радикально меняться ощущение времени. Последовательность впечатлений, воспринимаемая наблюдателем при таком распутывании, становится своеобразным нерасчленяемым "сейчас", хотя и имеющим явную внутреннюю структуру, образованную конкретным порядком элементарных впечатлений в истории. Нерасчленяемость истории проявляется в очевидной принципиальной невозможности волевого вмешательства наблюдателя в процесс восприятия. Наблюдатель обладает аномальным предвидением "хода событий", но должен довольствоваться ролью абсолютно пассивного созерцателя вплоть до завершения истории. Следует заметить, что данный феномен, как в сущности и само понятие распутывания, носит исключительно квантовый характер.

**Коллективное распутывание для пары наблюдателей.** Теперь нам предстоит обобщить модель генерации впечатлений на ситуацию, когда эти впечатления принадлежат *разным* наблюдателям. Такой шаг необходим и естественен коль скоро мы верим, что помимо нашего собственного "я"и нашей воли в мире присутствуют и другие. Поскольку в используемой модели единственным возможным волевым актом является выбор распутывания квантовой операции, нам предстоит показать, как, манипулируя распутыванием, возможно осуществлять общение.

Рассмотрим случай двух индивидуумов – Алисы и Боба. Каждый из них обладает своей памятью и собственной волей. Положим, что генерация впечатлений Алисы и Боба осуществляется посредством некоторой *единой* операции

$$\mathcal{E} : \hat{\varrho} \mapsto \sum_{\alpha\in\mathcal{A}} \hat{E}_\alpha \hat{\varrho}\, \hat{E}^\dagger_\alpha + \sum_{\beta\in\mathcal{B}} \hat{E}_\beta \hat{\varrho}\, \hat{E}^\dagger_\beta. \tag{34}$$

Здесь $\mathcal{A} = \{1, \ldots, N_A\}$ и $\mathcal{B} = \{1 + N_A, \ldots, N_A + N_B\}$. Символы $\alpha$ и $\beta$ нумеруют, соответственно, элементарные впечатления Алисы и Боба. Согласно предлагаемой модели при каждой реализации операции генерируемое впечатление принадлежит или Алисе или Бобу. Соответсвующие вероятности, $p_A$ и $p_B$, задаются следами первой или второй сумм из правой части (34). Из свойства полноты операции имеем, естественно, $p_A + p_B = 1$.

Зафиксируем, как это делалось ранее, некоторый выбор операторного представления $\mathcal{E} = \{\hat{E}_\alpha, \hat{E}_\beta\}_{\alpha\in\mathcal{A},\,\beta\in\mathcal{B}}$. Общее распутывание операции $\mathcal{E}$ есть элемент группы $\mathcal{SU}(N_A + N_B)$. По нашему предположению Алиса может участвовать в выборе распутывания только частично – в пределах множества $\{\hat{E}_\alpha\}_{\alpha\in\mathcal{A}}$. Аналогично Боб имеет дело только с множеством $\{\hat{E}_\beta\}_{\beta\in\mathcal{B}}$. Всевозможные

[4] Видно, что часто употребляемый термин "запутанность", как перевод слова "entanglement" в данном случае абсолютно неуместен, т.к. порождает нелепое словосочетание "запутанное распутывание".

комбинации индивидуальных распутываний такого рода образуют подгруппу

$$\mathcal{SU}(N_A) \times \mathcal{SU}(N_B) \subset \mathcal{SU}(N_A + N_B). \qquad (35)$$

Это унитарные матрицы, в которых ненулевые элементы содержатся только в левом верхнем квадрате размера $N_A$ на $N_A$ и в правом нижнем квадрате размера $N_B$ на $N_B$. Нетрудно заметить, что выбор Алисой распутывания $U^{(A)} \in \mathcal{SU}(N_A)$ никак не влияет на вероятность фиксации Бобом любого конкретного впечатления $\beta$. Эта вероятность зависит только от распутывания $U^{(B)} \in \mathcal{SU}(N_B)$, выбранного Бобом. Аналогичное утверждение верно и для любого конкретного впечатления $\alpha$, фиксируемого Алисой. Таким образом, распутывания из $\mathcal{SU}(N_A) \times \mathcal{SU}(N_B)$ не могут служить для общения Алисы и Боба, хотя каждый из них может в принципе догадаться о существовании другого, отслеживая изменение статистического оператора $\hat{\varrho}$ внешнего мира и замечая, что это изменение невозможно приписать только эффекту от одной из сумм в правой части (34). Общение Алисы и Боба становится возможным, если реализуется распутывание более общего вида:

$$\hat{E}_\alpha(U, U^{(A)}, U^{(B)}) =$$

$$\sum_{\alpha_1,\, \alpha' \in \mathcal{A}} U_{\alpha\alpha_1} U^{(A)}_{\alpha_1\alpha'} \hat{E}_{\alpha'} + \sum_{\beta_1,\, \beta' \in \mathcal{B}} U_{\alpha\beta_1} U^{(B)}_{\beta_1\beta'} \hat{E}_{\beta'} \qquad (36)$$

и

$$\hat{E}_\beta(U, U^{(A)}, U^{(B)}) =$$

$$\sum_{\alpha_1,\, \alpha' \in \mathcal{A}} U_{\beta\alpha_1} U^{(A)}_{\alpha_1\alpha'} \hat{E}_{\alpha'} + \sum_{\beta_1,\, \beta' \in \mathcal{B}} U_{\beta\beta_1} U^{(B)}_{\beta_1\beta'} \hat{E}_{\beta'}, \qquad (37)$$

где $U \in SU(N_A + N_B)$ и $U \notin \mathcal{SU}(N_A) \times \mathcal{SU}(N_B)$. Если считать матрицу $U$ заданной, а матрицы $U^{(A)}$ и $U^{(B)}$ принимающими, следуя свободному выбору Алисы и Боба все возможные значения из $\mathcal{SU}(N_A)$ и $\mathcal{SU}(N_B)$, то распутывания вида (36) и (37) принадлежат некоторому *нееднничному* левому смежному классу в $\mathcal{SU}(N_A + N_B)$ по подгруппе $\mathcal{SU}(N_A) \times \mathcal{SU}(N_B)$. Существование ненулевых значений $U_{\alpha\beta}$ и $U_{\beta\alpha}$ приводит к зависимости вероятности генерации впечатления $\alpha$ от выбора $U^{(B)}$. Аналогично вероятность зафиксировать Бобом впечатления $\beta$ зависит от $U^{(A)}$. Алиса и Боб имеют возможность обмениваться информацией через активное участие в формировании образа окружающего мира в сознании своего собеседника.

Можно ввести количественную меру пропускной способности коммуникационного канала, возникающего при совместном распутывании квантовой операции[5)]. Для достижения этой цели определим объем информации $S_A[p]$, фиксируемой в памяти Алисы при однократной реализации операции $\mathcal{E}$:

$$S_A[p] = -p_A \ln p_A - p_B \ln p_B - p_A \sum_{\alpha \in \mathcal{A}} \frac{p(\alpha)}{p_A} \ln \frac{p(\alpha)}{p_A}. \qquad (38)$$

Здесь $p_A = \sum_{\alpha \in \mathcal{A}} p(\alpha)$, $p_B = \sum_{\beta \in \mathcal{B}} p(\beta)$, а вероятности $p(\alpha) \equiv p(\alpha; U, U^{(A)}, U^{(B)})$ и $p(\beta) \equiv p(\beta; U, U^{(A)}, U^{(B)})$ даются выражениями, аналогичными (8), и зависят от всех трех матриц $U$, $U^{(A)}$ и $U^{(B)}$. Первые два слагаемых в правой части (38) отражают неопределенность получателя впечатления – будет ли это Алиса или Боб. Если реализуется первая возможность, имеющая вероятность $p_A$, то неопределенность типа впечатления дается распределением $\{p(\alpha)/p_A\}_{\alpha \in \mathcal{A}}$. Нетрудно убедиться, что выражение (38) преобразуется к следующему более простому виду:

$$S_A[p] = -p_B \ln p_B - \sum_{\alpha \in \mathcal{A}} p(\alpha) \ln p(\alpha). \qquad (39)$$

Аналогично

$$S_B[p] = -p_A \ln p_A - \sum_{\beta \in \mathcal{B}} p(\beta) \ln p(\beta). \qquad (40)$$

Предположим, что Боб имеет намерение передать некоторое сообщение Алисе. Для этого он пользуется языком, понятным обоим. Алфавит этого языка обозначим как $\mathcal{I}$. Передача различных символов $i$ алфавита $\mathcal{I}$ осуществляется Бобом путем выбора соответствующего распутывания $U^{(B,i)}$. Через этот выбор Боба появляется зависимость от $i$ вероятности фиксации Алисой своих впечатлений:

$$p^{(i)}(\alpha) \equiv p(\alpha; U, U^{(A)}, U^{(B,i)}). \qquad (41)$$

Обозначим априорную (с точки зрения Алисы) вероятность посылки Бобом символа $i$ как $\pi_i$ и рассмотрим разность

$$\Delta S_A = S_A[\Sigma_{i \in \mathcal{I}}\, \pi_i p^{(i)}] - \sum_{i \in \mathcal{I}} \pi_i S_A[p^{(i)}]. \qquad (42)$$

В первом члене правой части отражена как неопределенность, обусловленная случайностью генерации впечатлений Алисы при известных распутываниях $U$, $U^{(A)}$ и $U^{(B)}$, так и неопределенность, связанная с неизвестным для Алисы выбором Бобом того

[5)] Ясно, что эта пропускная способность определяется формой завершающего распутывания $U$ и, в итоге, нетривиальностью задаваемого этим распутыванием левого смежного класса из $\mathcal{SU}(N_A + N_B)/\mathcal{SU}(N_A) \times \mathcal{SU}(N_B)$

или иного распутывания $U^{(B,i)}$. Второй член усредненную по распределению $\{\pi_i\}_{i\in\mathcal{I}}$ неопределенность только первого рода. Поэтому разность двух членов и определяет объем информации, получаемой Алисой от Боба при однократной реализации квантовой операции.

Выражение (42) является почти точной копией (19). Разница заключается только в несколько специфическом определении $S_A$. Доказательство неотрицательности $\Delta S_A$ почти дословно повторяет соответствующий вывод для (19). Нетрудно убедиться, что с использованием (39) $\Delta S_A$ можно записать в виде

$$\Delta S_A = \\ = \sum_{i\in\mathcal{I}} \pi_i \sum_{\alpha\in\mathcal{A}} p^{(i)}(\alpha)\left(\ln\frac{p^{(i)}(\alpha)}{p(\alpha)} - 1 + \frac{p(\alpha)}{p^{(i)}(\alpha)}\right) + \\ + \sum_{i\in\mathcal{I}} \pi_i p_B^{(i)}\left(\ln\frac{p_B^{(i)}}{p_B} - 1 + \frac{p_B}{p_B^{(i)}}\right). \tag{43}$$

Здесь

$$p(\alpha) = \sum_{i\in\mathcal{I}} \pi_i p^{(i)}(\alpha),\ p_B = \sum_{i\in\mathcal{I}} \pi_i p_B^{(i)}$$

Неотрицательность $\Delta S_A$ очевидна.

Если Алиса имеет целью оптимизировать пропускную коммуникационную способность внешнего мира, она может это сделать надлежащим выбором своего распутывания. Таким образом, при заданных $U$ и $\{U^{(B,i)}\}_{i\in\mathcal{I}}$ максимальная пропускная способность есть

$$\max_{U^{(A)}\in\mathcal{SU}(N_A)} \Delta S_A(U^{(A)}) = \Delta S_A(U^{(A,\,ex)}). \tag{44}$$

Экстремальное распутывание $U^{(A,\,ex)}$, *максимизирующее* пропускную способность, есть решение уравнения

$$\frac{\delta}{\delta \overline{U^{(A)}}_{\alpha\alpha'}}\left(\Delta S_A(U^{(A)}) + \right. \tag{45} \\ \left. + \sum_{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3} \lambda_{\alpha_1\alpha_2} U^{(A)}_{\alpha_2\alpha_3} \overline{U}^{(A)}_{\alpha_1\alpha_3}\right)\Bigg|_{U^{(A)}=U^{(A,\,ex)}} = 0,$$

где, в отличие от аналогичного уравнения (11) условие унитарности взято в виде $(U^{(A)})^* U^{(A)} = 1_{\mathcal{SU}(N_A)}$. Получающиеся уравнения представляются слишком сложными для аналитического поиска решения. Мы не будем в данной работе заниматься их изучением.

**Заключение.** Воспринимаемая Реальность есть, согласно предлагаемой модели, продукт процесса генерации впечатдений и оказывается таким образом неразрывно связанным с Сознанием, обнаруживая определенную пластичность и подчиненность свободной воле. "... Я полагаю, что человек и мир сделаны из одной и той же субстанции, хотя и не знаю, что она собой представляет – за гранью слов. Но это – две поддерживающие друг друга арки. Ни одна не может существовать отдельно..."[5].

Мы рассмотрели два новых свойства модели генерации впечатлений посредством осуществления квантовой операции. При генерация последовательностей впечатлений (историй) несколько неожиданным оказалось возможность "квантовой прогностики" посредством реализации экстремального распутывания высших степеней $\mathcal{E}^K$ исходной операции. Вопрос о реализуемости таких экстремальных распутываний открыт. Непонятно, как можно, оставаясь в рамках нашего обычного "сейчас", изменит само это понятие.

Не меньше вопросов оставляет и ситуация с несколькими наблюдателями. Их общение в рамках предлагаемой модели возможно, как показано, только при условии существования некоторого глобального распутывания, которое предваряется частичными "личными" распутываниями отдельных наблюдателей. Любые рассуждения о природе этого объемлющего глобального распутывания открыты для ассоциаций, формируемых нашими взглядами на Реальность и Сознание.

Список литературы


1. С. Лем, *Новая Космогония* (в сборнике *Библиотека XXI века*), Аст, Москва (2004).
2. М.Б. Менский, *Человек и квантовый мир*, М.: Век-2 (2005).
3. Л.В. Ильичев, *Экстремальное "распутывание"восприятия наблюдателем внешнего мира* $www.everettica.org/art/ilichev_ekstremalnoe.pdf$.
4. В.В. Прасолов, *Задачи и теоремы линейной алгебры*, М.: Наука (1996).
5. С. Лем, *Больница преображения*, М.: ООО "Издательство АСТ"(2004).