Экстремальное "распутывание" восприятия наблюдателем внешнего мира

Л. В. Ильичёв, [1)]

Институт автоматики и электрометрии СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия

Рассматривается вопрос о "распутывании" квантовой операции, в терминах которой предлагается описывать информационный контакт наблюдателя с внешним миром. Распутывание трактуется как процедура "нацеливания" наблюдателя на ту или иную трактовку получаемой информации. При этом сама квантовая операция, определяеимая структурой наблюдателя, остаётся неизменной. Найдено распутывание, при котором в сознание наблюдателя поступает минимальный объём информации. С точки зрения многомировой концепции выбор распутывания фиксирует энтропию эвереттовских ветвлений.

PACS: 74.50.+r, 74.80.Fp

Введение. Понятие *операции* [1] является одним из основных в квантовой теории информации. Это есть наиболее общее (совместимое, естественно, с законами квантовой механики) отображение

$$\mathcal{E} : \hat{\varrho}_{in} \mapsto \hat{\varrho}_{out} = \mathcal{E}(\hat{\varrho}_{in}), \tag{1}$$

переводящее входное состояние $\hat{\varrho}_{in}$ некоторой квантовой системы в выходное состояние $\hat{\varrho}_{out}$, которое, возможно, относится к другой системе. Типичен взгляд на стрелку в выражении (1) как на канал передачи (квантовой) информации. Физические свойства канала и определяют вид операции $\mathcal{E}$.

Существуют три условия (кроме очевидного требования эрмитовости $\hat{\varrho}_{out}$), которым должна удовлетворять квантовая операция: a) для любого входного состояния $\hat{\varrho}$ имеем $Tr\,\mathcal{E}(\hat{\varrho}) \leq 1$ (эта величина есть, по-существу, вероятность срабатывания канала); b) отображение $\mathcal{E}$ линейно; c) $\mathcal{E}$ имеет так называемое свойство полной положительности. Последнее условие гарантирует положительность $\hat{\varrho}_{out}$, даже если $\mathcal{E}$ действует на подсистему, скоррелированную квантовым образом (зацепленную) со своим дополнением.

Мы будем рассматривать операцию (1) как элементарный акт информационного взаимодействия мыслящего наблюдателя с внешним миром. В такой трактовке $\hat{\varrho}_{in}$ и $\hat{\varrho}_{out}$ – состояния окружения до и после взаимодействия, а сознание наблюдателя играет в некотором смысле роль квантового канала осуществляющего элементарный сдвиг этого состояния во времени.

Для любой операции $\mathcal{E}$ существует представление в виде операторной суммы (operator-sum representation) [1]. А именно, существует набор $\{\hat{E}_\alpha\}_{\alpha\in A}$ операторов, действующих из пространства входных состояний $\mathcal{H}_{in}$ в выходное $\mathcal{H}_{out}$ так, что

$$\mathcal{E}(\hat{\varrho}) = \sum_{\alpha\in A} \hat{E}_\alpha \hat{\varrho} \hat{E}^\dagger_\alpha. \tag{2}$$

Для простоты и определённости мы ограничимся случаем конечного набора $\{\hat{E}_\alpha\}_{\alpha=1}^N$. Мы полагаем также выполненным условие так называемой полноты операции:

$$\sum_\alpha \hat{E}^\dagger_\alpha \hat{E}_\alpha = 1. \tag{3}$$

Физически это означает, что операция как акт взаимодействия наблюдателя с внешним миром обязательно осуществится. Однако осуществится это взаимодействие может, как подсказывает выражение (2), одним из N способов. При этом вероятность $P(\alpha)$ α-ого способа при исходном состоянии окружения $\hat{\varrho}$ есть $Tr\,(\hat{E}^\dagger_\alpha \hat{E}_\alpha \hat{\varrho})$, а конечное состояние оказывается $\hat{E}_\alpha \hat{\varrho} \hat{E}^\dagger_\alpha / P(\alpha)$. Выражение (2) есть усреднённый по распределению $\{P(\alpha)\}_{\alpha=1}^N$ результат. Каждый способ взаимодействия есть с точки зрения наблюдателя фиксация в его памяти события типа α. В трактовке Эверетта [2] символы α специфицируют различные ветви Мира, расщеплённого актом взаимодействия наблюдателя с окружением. Удобно смотреть на эти символы, как на буквы некоторого алфавита, с помощью которого в сознании наблюдателя в виде непрерывно пишущегося текста формируется картина окружения.

Примем, что найденное операторное представление минимально по числу членов.

[1)] e-mail: leonid@iae.nsk.su

Некоторая свобода в выборе такого представления всё же остаётся. Из вида (2) легко угадывается преобразование набора $\{\hat{E}_\alpha\}_{\alpha=1}^N$, оставляющее неизменной операцию $\mathcal{E}$:

$$\hat{E}_\alpha \mapsto \hat{E}_\alpha(U) \stackrel{\mathrm{def}}{=} \sum_\beta U_{\alpha\beta}\hat{E}_\beta, \qquad (4)$$

где U – унитарная матрица из $SU(N)$. Этот факт хорошо известен. Выбор конкретного набора $\{\hat{E}_\alpha\}_{\alpha=1}^N$, реализующего разложение (2), мы будем называть вслед за Кармайклом "распутыванием" (unravelling) квантовой операции $\mathcal{E}$.

Интересна интерпретация понятия распутывания с точки зрения информационного взаимодействия наблюдателя и окружения. Если фиксация в памяти наблюдателя события – "буквы" α – вызвана нервным импульсом соответствующего типа α, то физически, превратив на промежуточном этапе нервные импульсы в фотоны, возможно осуществить преобразование (4) с помощью системы светоделителей, так что после обратного превращения фотонов в нервные импулься амплитуда вероятности восприятия наблюдателем "буквы" α будет включать в себя альтернативы, в которых это восприятие вызывается нервными импульсами типов $\beta \neq \alpha$. Это даёт некоторое основание назвать множество воспринимаемых наблюдателем событий, соответствующих набору операторов $\{\hat{E}_\alpha(U)\}_{\alpha=1}^N$, суперпозиционными по отношению к (условно) исходному множеству, соответствующему набору $\{\hat{E}_\alpha\}_{\alpha=1}^N$. Аналогичные заключения можно сделать и о структуре эвереттовского ветвления. Мир, в котором обнаруживает себя наблюдатель после регистрации каждого определённого события, зависит от используемого распутывания и является суперпозицией ветвей, отвечающих исходному тривиальному распутыванию с $U = id$.

Естественен вопрос о том, в каком месте информационного канала, связывающего сознание наблюдателя с внешним миром, возможно вмешательство с искусственным изменением распутывания. Проблема отнюдь не тривиальная, т.к. организм наблюдателя, включающий его сенсоры и часть его нервной системы следует отнести к элементам окружения. Можно с уверенностью сказать, что распутывание необходимо осуществлять в самом конце "вигнеровской цепочки" [3] перед регистрацией сигнала в памяти наблюдателя. Такой ответ, однако, превращает наш вопрос в проблему указания конца этой цепочки. Ниже мы ещё вернёмся к неформальному обсуждению нашей модели наблюдателя, а пока заметим, что среди всевозможных распутываний существует выделенное самой природой квантовой операции (т.е. физиологией наблюдателя в самом широком смысле этого понятия) и состоянием внешнего мира.

Основные соотношения. Мы проведём поиск экстремального (смысл этого термина будет определён ниже) распутывания. Вероятность фиксации наблюдателем события α есть теперь

$$P(\alpha;U) = Tr\,\left(\hat{E}_\alpha(U)\hat{\varrho}\hat{E}_\alpha^\dagger(U)\right) = \\ = \sum_{\beta,\,\beta'} M_{\beta\beta'}U_{\alpha\beta'}\bar{U}_{\alpha\beta}. \qquad (5)$$

где

$$M_{\beta\beta'} = Tr\,\left(\hat{E}_\beta^\dagger\hat{E}_{\beta'}\hat{\varrho}\right) \qquad (6)$$

– матрица с единичным следом, отвечающая некоторой эрмитовой положительно-определённой квадратичной форме. Заметим, что в частном случае, когда операция представляет собой идеальное неселективное измерение некоторой квантовомеханической наблюдаемой, набор членов операторного представления сводится к совокупности ортогональных проекторов, реализующих некоторое разложение единичного оператора. Матрица M при этом всегда диагональна, и нижеследующий поиск экстремального распутывания становится тривиальным и не зависящим от состояния окружения. К нашей модели этот частный случай отношения не имеет, т.к. ввиду крайней сложности внешнего мира его информационное взаимодействие с наблюдателем не может быть сведено как в идеализированной модели Эверетта [2] к измерению некоторой наблюдаемой.

С фиксацией наблюдателем события (т.е. при осуществлении операции) в его памяти записывается объём информации

$$S(U) = -\sum_\alpha P(\alpha;U)\ln P(\alpha;U). \qquad (7)$$

Как было показано в работе [4], это есть также средний объём информации, необходимой для описания конечного состояния окружающего мира после регистрации одного конкретного события. В свете используемой нами модели наблюдателя такой факт выглядит абсолютно естественным. Нашей задачей является нахождение распутывания, т.е. матрицы $U^{(ex)}$, для которой

$S(U)$ экстремально. Одновременно мы покажем, что найденный экстремум является минимумом. Проблема поиска "минимального" распутывания квантовой операции применительно к некоторым задачам квантовой оптики ставилась в работах [5], где было найдено решение для случая чистого исходного состояния. Критерий "минимального" распутывания в указанных работах формулировался иначе, однако он полностью эквивалентен и является частным случаем приведённого ниже общего решения.

Для нахождения экстремума воспользуемся методом неопределённых множителей Лагранжа, фиксировав условие унитарности $U\,U^* = 1$. С пока неопределённой матрицей коэффициентов Лагранжа должно выполняться условие

$$\frac{\partial}{\partial \bar{U}_{\alpha\beta}} \left(S(U) + \sum_{\alpha_1,\alpha_2,\beta'} \lambda_{\alpha_1\alpha_2} \bar{U}_{\alpha_1\beta'} U_{\alpha_2\beta'} \right) \Bigg|_{U=U^{(ex)}} = 0, \quad (8)$$

откуда следует

$$[\ln P(\alpha,\, U^{(ex)}) + 1] \sum_{\beta'} M_{\beta\beta'} U^{(ex)}_{\alpha\beta'} = \\ = \sum_{\alpha'} \lambda_{\alpha\alpha'} U^{(ex)}_{\alpha'\beta}. \quad (9)$$

Заметим, что в силу унитарности матрицы U мы можем без изменения варьируемой величины в (8) всегда произвести замену

$$\lambda_{\alpha\alpha'} \to \delta_{\alpha\alpha'} \lambda_{\alpha\alpha}. \quad (10)$$

Если эту замену осуществить в выражении (9), то оно сразу превращается в следующее условие на $U^{(ex)}$:

$$\sum_{\beta'} M_{\beta\beta'} U^{(ex)}_{\alpha\beta'} = \mu_\alpha U^{(ex)}_{\alpha\beta} \quad (11)$$

– строки матрицы $U^{(ex)}$ оказываются собственными векторами матрицы M. Одновременно конкретизируются величины $\lambda_{\alpha\alpha}$. Полученный результат можно записать так же следующим образом:

$$M_{\beta\beta'} = \sum_{\alpha'} \mu_{\alpha'} U^{(ex)}_{\alpha'\beta} \bar{U}^{(ex)}_{\alpha'\beta'}. \quad (12)$$

Выражение (5) можно теперь представить в виде

$$P(\alpha; U) = \sum_{\alpha'} (U \cdot U^{(ex)*})_{\alpha\alpha'} \mu_{\alpha'} (U^{(ex)} \cdot U^*)_{\alpha'\alpha}, \quad (13)$$

и μ_α оказывается вероятностью зафиксировать событие α при экстремальном распутывании.

Демонстрация того, что найденный экстремум является минимумом, элементарна. Для этого рассмотрим билинейный по dU и dU^* член в разложении разности

$$\delta S(U^{(ex)}) = S(U^{(ex)} + dU) - S(U^{(ex)}). \quad (14)$$

Предварительно заметим, что из условия унитарности следует

$$\sum_\beta \left(U^{(ex)}_{\alpha\beta}\, d\bar{U}_{\alpha'\beta} + dU_{\alpha\beta}\, \bar{U}^{(ex)}_{\alpha'\beta} \right. \\ \left. + dU_{\alpha\beta}\, d\bar{U}_{\alpha'\beta} \right) = 0 \quad \forall \alpha, \alpha'. \quad (15)$$

С помощью этого соотношения билинейная по dU и dU^* вариация вероятности представима в виде

$$\delta P(\alpha;\, U^{(ex)}) = \\ = \sum_{\alpha'} (\mu_{\alpha'} - \mu_\alpha) K_{\alpha'\alpha}. \quad (16)$$

Здесь

$$K_{\alpha'\alpha} = \sum_{\beta,\beta'} \bar{U}^{(ex)}_{\alpha'\beta'}\, U^{(ex)}_{\alpha'\beta}\, dU_{\alpha\beta'}\, d\bar{U}_{\alpha\beta}. \quad (17)$$

Нетрудно убедиться, что в силу (15) $K_{\alpha'\alpha} = K_{\alpha\alpha'}$. Кроме того очевидно, что $K_{\alpha'\alpha} \geq 0 \ \forall \alpha, \alpha'$. С помощью выражения (16) вариация энтропии $\delta S(U^{(ex)})$ представима в виде

$$\delta S(U^{(ex)}) = \\ = -\sum_{\alpha,\, \alpha'} \ln \mu_\alpha (\mu_{\alpha'} - \mu_\alpha) K_{\alpha'\alpha}. \quad (18)$$

Путём перестановки $\alpha \leftrightarrow \alpha'$ и взятия полусуммы исходного и полученного выражений, имеем результат

$$\delta S(U^{(ex)}) = \\ = \frac{1}{2} \sum_{\alpha,\, \alpha'} \ln \frac{\mu_{\alpha'}}{\mu_\alpha} (\mu_{\alpha'} - \mu_\alpha) K_{\alpha'\alpha}\,, \quad (19)$$

положительность которого очевидна. Можно указать иной способ демонстрации минимальности информации, записываемой в памяти наблюдателя при экстремальном распутывании, если заметить, что согласно (13) любое распределение вероятности, соответствующее неэкстремальному распутыванию, возникает из μ_α с помощью дважды стохастической матрицы.

Заключение. Таким образом показано, что *матрица унитарного преобразования для* *экстремального распутывания квантовой операции построена из собственных векторов матрицы* $M_{\beta\beta'}$ (6). *При этом в память наблюдателя поступает минимально возможный объём информации, который также можно интерпретировать как энтропию элементарного эвереттовского ветвления.*

Мы видим, что ни содержание, ни объём информации, воспринимаемой и запоминаемой наблюдателем не задаётся целиком его структурой (физиологией), которая определяет квантовую операцию, но зависит также и от используемого распутывания. Экстремальное распутывание может оказаться для наблюдателя в определённом смысле и оптимальным – ему легче оперировать с меньшими объёмами информации. В трактовке Эверетта мир, в котором ощущает себя наблюдатель, руководствующийся экстремальным распутыванием, наиболее предсказуем, в наибольшей степени поддаётся упорядочению в его сознании и поэтому наиболее пригоден для выживания. При распутывании, далёком от экстремального, мир в сознании наблюдателя должен "рассыпаться" на несвязные фрагменты. В этой связи естественной представляется гипотеза о конструирования оптимального распутывания каждым индивидом, и нет особого смысла обсуждать перспективы квантовой фантоматики, т.е. искусственного манипулирования распутыванием[2)], коль скоро природа предусмотрела его в своём арсенале как средство адаптации. Если это так, то неизбежно имеют место флуктуации распутывания, так как только через их посредство возможен "дрейф" наблюдателя в пространстве группы $SU(N)$ в поисках оптимального распутывания. Оптимальным может оказывается вовсе не экстремальное в нашем смысле распутывание, а некоторое близкое к нему, которое ещё позволяет наблюдателю справляться с объёмом поступающей информации, но в то же время помещает его в мир, предоставляющий более широкий выбор возможностей.

Если развивать эту гипотезу далее, следует, пожалуй, предположить бессознательную мотивацию при выборе распутывания наблюдателем. Действительно, он помнит своё прошлое как упорядоченную совокупность событий $[\alpha_{-1}\ldots\alpha_{-n}]$, но его память не содержит информации о распутывании, в рамках которого было зафиксировано то или иное событие[3)]. Пусть наблюдатель пытается оценить вероятность будущего события на основе своего прошлого опыта – содержания памяти. Для этого ему необходимо построить модельное состояние $\hat{\varrho}_{in}^{(mod)}$ окружающей реальности исходя из a priori предполагаемого известным начального состояния $\hat{\varrho}_0$. Руководствуясь (бессознательно) своим текущим распутыванием $U = U[\alpha_{-1}\ldots\alpha_{-n}]$, он имеет:

$$\hat{\varrho}_{in}^{(mod)}[\alpha_{-1}\ldots\alpha_{-n};U] \propto \\ \propto \hat{E}_{\alpha_{-1}}(U)\ldots\hat{E}_{\alpha_{-n}}(U)\hat{\varrho}_0\hat{E}^{\dagger}_{\alpha_{-n}}(U)\ldots\hat{E}^{\dagger}_{\alpha_{-1}}(U). \tag{20}$$

Прогноз, сделанный на основе этой модельного состояния и построенного для него экстремального распутывания, практически наверняка отличается от недостижимого оптимума. Однако, лучшей стратегии для наблюдателя не существует. Можно ожидать, что она должна мажорировать по своей эффективности любые предсказательные возможности наблюдателя, основанные на каких-либо неформализованных рассуждениях.

Наблюдатель может заметить странную с его точки зрения вещь: если допустить ревизию своей памяти (т.е., фактически, своего прошлого) с заменой некоторых $\alpha_i \to \beta_i$, улучшится точность модели и надёжность прогноза. Это есть прямое следствие роли распутывания в интерпретации воспоминаний и оценки скоррелированного с ними состояния окружения.

---

1. K.Kraus, *States, Effects and Operations: Fundamental Notions of Quantum Theory*, Springer-Verlah, Berlin (1983).
2. H.Everett III, Rev. Mod. Phys. **26**, 454 (1957).
3. E.Wigner, Am. J. Phys. **31**, 5 (1963) (есть перевод: "Проблема измерения" в кн. Е. Вигнер, *Этюды о симметрии*, М.: Мир (1971)).
4. C.M.Caves, Phys. Rev. Lett. **47**, 4010 (1993).
5. J.K.Breslin, G.J.Milburn, and H.M.Wiseman, Phys. Rev. Lett. **74**, 4827 (1995); J.K.Breslin and G.J.Milburn, J. Mod. Opt. **44**, 2469 (1997).
6. Л.В.Ильичёв, Письма в ЖЭТФ, **77**, 227 (2003).

[2)] Применительно к живому наблюдателю это в любом случае невообразимо сложная задача ввиду очевидного огромного объёма используемого им "алфавита" при построении целостной картины внешнего мира ($N \gg 1$). Если, однако, понятие внешнего мира ужать до простой квантовомеханической системы (например, атома) проблема манипуляции распутыванием, как показано в [6], не является сложной.

[3)] В противном случае каждому символу из цепочки $[\alpha_{-1}\ldots\alpha_{-n}]$ потребовалось бы соотносить совокупность N^2 чисел, составляющих матрицу распутывания. Это, наверняка, превышает возможности памяти реального наблюдателя.